

INNHOLD

STATISTIKK.....	2
FREKVENS.....	2
RELATIV FREKVENS.....	2
FREKVENSTABELL.....	2
KLASSEDELING.....	3
SØYLEDIAGRAM (STOLPEDIAGRAM).....	3
LINJEDIAGRAM.....	4
SEKTORDIAGRAM.....	4
HISTOGRAM.....	4
FRAMSTILLING AV DATA.....	5
SENTRALMÅL.....	6
GJENNOMSNITT.....	6
MEDIAN.....	6
TYPETALL.....	6
VARIASJONSBREDDE.....	7
GJENNOMSNITT FOR DATA I FREKVENSTABELL.....	7
ANTREKKSSITUASJONEN.....	7
SPESIALTILFELLE AV ANTREKKSSITUASJONEN.....	8
KØSITUASJONEN.....	8
MEDALJESITUASJONEN.....	8
KOMITÉSITUASJONER.....	8
UTFALL.....	9
UTFALLSROM.....	9
VENNDIAGRAM.....	9
STORE TALLS LOV.....	9
HENDELSE.....	10
SANNSYNLIGHETEN FOR EN HENDELSE.....	10
SUMMEN AV SANNSYNLIGHETENE.....	10
KOMBINATORISK UTREGNING AV SANNSYNLIGHET.....	11
TRINNVIS UTREGNING AV SANNSYNLIGHET.....	12

STATISTIKK

FREKVENS

Med frekvensen av en bestemt verdi mener vi hvor mange ganger verdien forekommer i datamaterialet.

Maksimumstemperaturer en uke i Molde:

15 °C 17 °C 17 °C 17 °C 12 °C 10 °C 12 °C

Frekvensen av 17 °C er 3 som viser hvor mange dager det var 17 °C i løpet av en uke i Molde.

RELATIV FREKVENS

Relativ frekvens forteller hvor stor andel av dataene som har en bestemt verdi.

$$\text{Relativ frekvens} = \frac{\text{frekvens}}{\text{totalt antall}}$$

$$\text{Relativ frekvens av } 17 \text{ °C: } \frac{3}{7} = 0,43 = 43 \%$$

Relativ frekvens viser at antall dager med 17 °C utgjorde 3 av 7, altså 43 %.

FREKVENSTABELL

En frekvenstabell viser frekvensen av alle observasjonsverdiene.

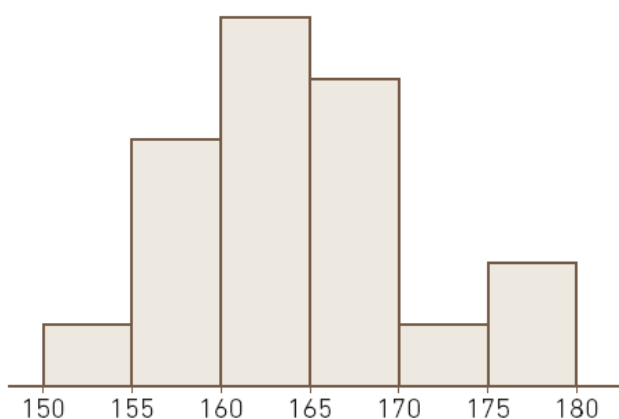
Observasjons verdier	Antall/ frekvens	Relativ frekvens
15 år	17	$\frac{17}{27}$
16 år	10	$\frac{10}{27}$
Sum	27	$\frac{17+10}{27} = \frac{27}{27} = 1$

Frekvenstabellen viser hvor mange som er 15 år, og hvor mange som er 16 år, i klasse 10B.

KLASSEDELING

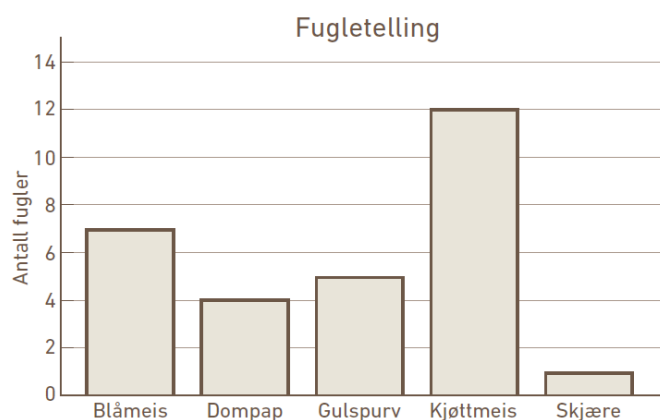
Klassedeling av datamaterialet bruker vi for å lage en frekvenstabell når dataene vi har, er målt slik at stort sett alle tallene er forskjellige. Vi må først velge klassegrenser slik at alle dataene blir med, og slik at det blir et passe antall klasser. Deretter teller vi opp antall data i hver klasse. Klassedelte data kan framstilles i et histogram.

Høyde	Antall elever
150 cm – 154 cm	1
155 cm – 159 cm	4
160 cm – 164 cm	6
165 cm – 169 cm	5
170 cm – 174 cm	1
175 cm – 179 cm	2
Sum	19



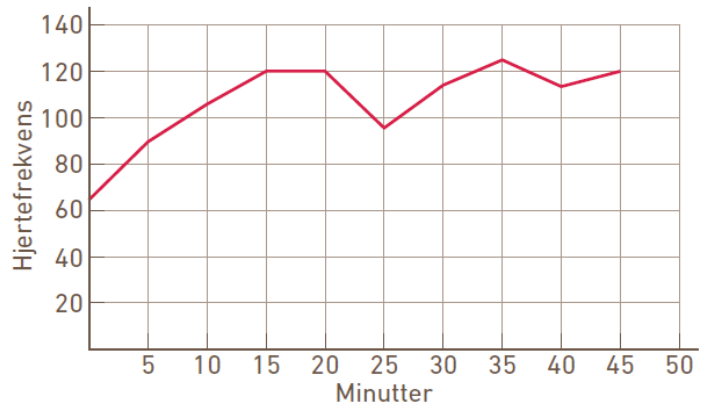
SØYLEDIAGRAM (STOLPEDIAGRAM)

Vi bruker søylediagram når vi skal illustrere data i forskjellige kategorier.



LINJEDIAGRAM

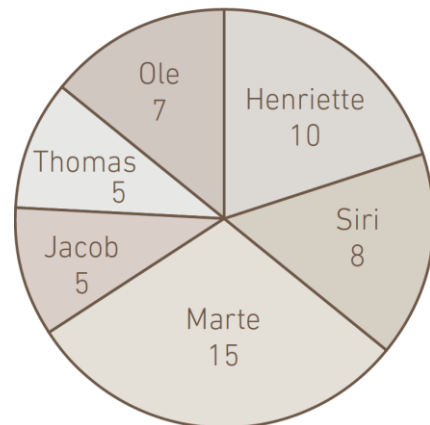
Vi bruker linjediagram når vi vil illustrere noe som utvikler seg over tid. Tiden er på førsteaksen.



SEKTORDIAGRAM

Sektordiagram bruker vi når vi vil vise hvor store andeler bitene er av helheten.

Hvor mange stemmer fikk elevene?



Regn ut størrelsen av en sektor slik:

Relativ frekvens for Henriette:

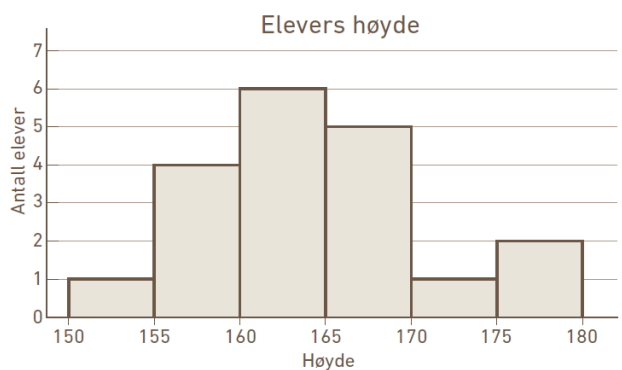
$$\frac{10}{50} = 0,2$$

Vinkelen til Henriette:

$$360^\circ \cdot 0,2 = 72^\circ$$

HISTOGRAM

Histogram brukes ofte når vi skal framstille klassedelt tallmateriale grafisk. Histogrammet likner på et søylediagram, men bredden av søylene tilsvarer klassebredden, og søylene tegnes helt inntil hverandre.

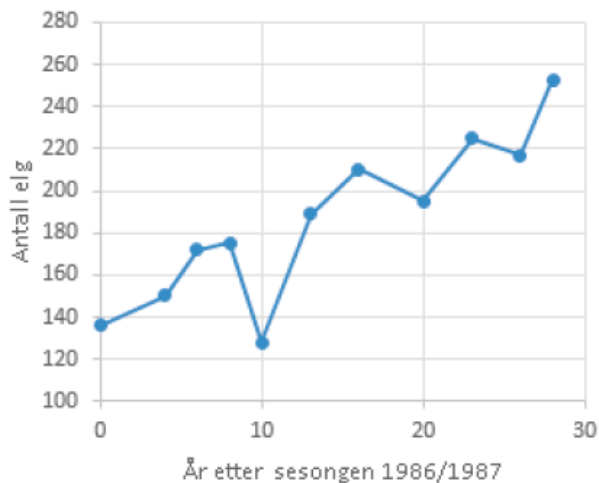


FRAMSTILLING AV DATA

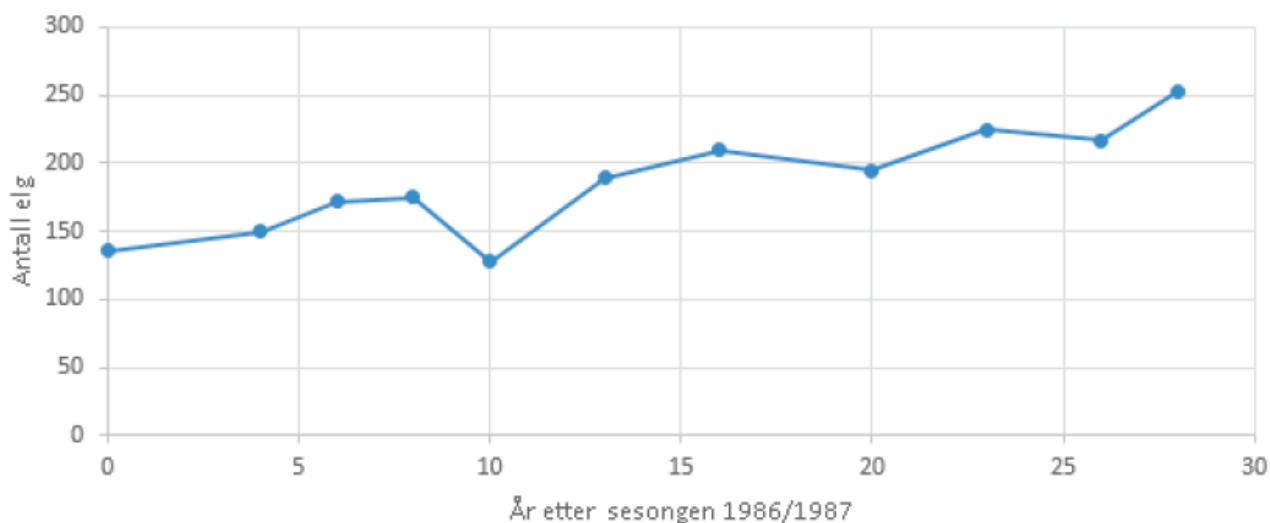
Fire virkemidler vi kan bruke om vi skal benytte et diagram til å poengtere noe:

- Vi kan legge tidspunktene på førsteaksen nær hverandre slik at kurven blir bratt.
- Vi kan la avstanden mellom tallene på andreaksen være lang.
- Vi kan la andreaksen starte på et tall nær det laveste tallet vi har i tabellen.
- Vi kan slå sammen kategorier slik at vi får en samlekategori som er stor i stedet for flere små kategorier.

Antall felte elg i Melhus



Antall felte elg i Melhus



SENTRALMÅL

Sentralmål er verdier som er typiske for de dataene som er samlet inn.

Gjennomsnitt, median, typetall

GJENNOMSNIITT

Gjennomsnittet finner vi ved å addere alle observasjonsverdiene og dividere på antall observasjoner.

Maksimumstemperaturer på Molde lufthavn en uke i august:
15 °C 17 °C 17 °C 17 °C 12 °C 10 °C 12 °C

Gjennomsnitt:

$$\frac{15 + 17 + 17 + 17 + 12 + 10 + 12}{7} = 14,3$$

MEDIAN

Medianen er tallet som står i midten når observasjonene er ordnet i stigende rekkefølge. Dersom antall observasjoner er et partall, vil to tall stå i midten. Medianen blir da gjennomsnittet av disse to observasjonene.

10 °C 12 °C 12 °C **15 °C** 17 °C 17 °C 17 °C

Median:
15 °C

TYPETALL

Typetall er den observasjonen som forekommer flest ganger i datamaterialet.

15 °C **17 °C** **17 °C** **17 °C** 12 °C 10 °C 12 °C

Typetall:
17 °C

VARIASJONSBEREDDE

Variasjonsbredden viser forskjellen mellom største og minste verdi i datasettet.

Variasjonsbredde:
 $17\text{ °C} - 10\text{ °C} = 7\text{ °C}$

GJENNOMSNITT FOR DATA I FREKVENSTABELL

Frekvenstabellen viser hvor mange som er 15 år, og hvor mange som er 16 år, i klasse 10B.

Alder	Antall
15 år	17
16 år	10
Totalt	27

Hva er gjennomsnittsalderen til denne tiendeklassen?

17 elever er 15 år,
 det er 15 år 17 ganger, $15 \cdot 17$.
 10 elever er 16 år,
 det er 16 år 10 ganger, $16 \cdot 10$.

Gjennomsnittet blir

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{15 \cdot 17 + 16 \cdot 10}{27} \\ &= \frac{255 + 160}{27} \\ &\approx 15,37 \end{aligned}$$

Gjennomsnittsalderen er 15,37 år.

ANTREKKSSITUASJONEN

I antrekkssituasjoner finner vi antall kombinasjoner ved å multiplisere antall muligheter vi har å velge blant i hvert trinn.

Dette kaller vi multiplikasjonsprinsippet.

Vi har tre forskjellige bukser, to forskjellige gensere og to forskjellige par sko.
 Hvor mange antrekk kan vi ha?

$$3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$$

SPESIALTILFELLE AV ANTREKKSSITUASJONEN

I situasjoner der

- vi foretar r antall trekninger
- det er n elementer vi trekker blant
- vi trekker med tilbakelegging
- rekkefølgen på elementene vi har trukket, spiller en rolle, vi har et ordnet utvalg finner vi antall mulige kombinasjoner slik: nr

Vi kaster to vanlige terninger. Hvor mange kombinasjoner av antall øyne er det mulig å få?

$$6 \cdot 6 = 6^2 = 36$$

KØSITUASJONEN

I situasjoner der n personer skal ordnes i en kø, finner vi antall mulige kombinasjoner slik:

$$n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

På hvor mange måter kan 5 personer stille seg i kø?

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5! = 120$$

MEDALJESITUASJONEN

I medaljesituasjoner har vi én færre å velge blant for hver gang vi skal velge. Vi finner antall kombinasjonsmuligheter ved å multiplisere antall vi har å velge fra, hver gang vi skal trekke.

I en konkurranse er det 10 deltakere. Hvor mange ulike kombinasjoner av medaljevinnere kan vi ha?

$$10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

KOMITÉSITUASJONER

I komitésituasjoner trekker vi uten tilbakelegging. Vi har én færre å velge blant for hver gang vi skal velge. Vi starter med å finne antall mulige ordnede kombinasjoner ved å multiplisere antallet vi har å velge fra, hver gang vi skal trekke. Men i og med at utvalget er uordnet, må vi dividere med antall mulige kombinasjoner av antallet i komitéen.

Det skal velges 4 elever til en festkomité fra en klasse med 20 elever. På hvor mange måter kan det gjøres?

Vi har et uordnet utvalg uten tilbakelegging og kan finne antall mulige kombinasjoner slik:

$$\frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 4845$$

UTFALL

Når vi har to mulige resultater i et eksperiment, sier vi at vi har to utfall.

Vi kaster en mynt i været. Den lander enten med «krone» eller «mynt» opp. Vi har da to utfall, «krone» og «mynt».

UTFALLSROM

Utfallsrommet er samlingen av alle utfallene som er mulige i et eksperiment.

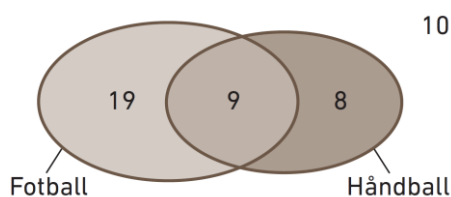
Utfallsrommet ved kast av en vanlig terning har seks utfall, de seks sidene på terningen.

VENNDIAGRAM

Å være systematisk og å bruke tabell eller tegning er gode hjelpemidler når vi skal beskrive utfallsrommet for et forsøk.

Vi kan ofte ha nytte av å illustrere utfallsrommet ved hjelp av et

I en klasse på 20 elever spiller 20 elever fotball, 12 elever håndball, og 3 elever spiller begge deler. Hvor mange er det som ikke er med på noe?



$$9 + 3 + 2 + ? = 20$$

? må da være 6. Det er da 6 elever som ikke er med på verken fotball eller håndball.

STORE TALLS LOV

At de relative frekvensene alltid nærmer seg et bestemt tall når vi gjør mange forsøk, kalles de store talls lov.

Ved kast av en mynt vil den relative frekvensen for «krone» nærme seg sannsynligheten for «krone» når vi kaster mynten mange ganger.

HENDELSE

En hendelse består av ett eller flere enkeltutfall.

Hendelsen «å få mer enn 3 når en terning kastes» består av utfallene 4, 5 og 6 øyne på terningen.

SANNSYNLIGHETEN FOR EN HENDELSE

Sannsynligheten for en hendelse = $\frac{\text{antall gunstige utfall}}{\text{antall mulige utfall}}$
forutsatt at alle utfallene er like sannsynlige.

I en skål er det 3 røde kuler og 5 blå kuler. Vi skal trekke en kule. Hva er sannsynligheten for å trekke en blå kule?

$$\frac{\text{antall gunstige utfall}}{\text{antall mulige utfall}} = \frac{5}{8}$$

SUMMEN AV SANNSYNLIGHETENE

Summen av sannsynlighetene til alle utfallene er 1, eller 100 %.

Sannsynligheten for å få ener når man kaster terning, er $\frac{1}{6}$, sannsynligheten for toer er $\frac{1}{6}$ osv.
Summen av sannsynlighetene for alle de seks mulige utfallene er $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$

Hvis vi kjenner sannsynligheten for en hendelse, p , kan vi finne sannsynligheten for resten av utfallene ved å subtrahere p fra 1, altså $1 - p$.

Vi kaster 2 terninger. Sannsynligheten for å få 2 seksere er $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.
Sannsynligheten for å få en eller ingen seksere blir da
 $1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$

KOMBINATORISK UTREGNING AV SANNSYNLIGHET

Vi kan bruke metodene vi har lært i kombinatorikk til å finne antall mulige utfall når vi skal finne sannsynlighet.

Vi kaster 2 terninger. Sannsynligheten for å få 2 seksere er $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.

Sannsynligheten for å få en eller ingen seksere blir da

$1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$ Du kaster 2 terninger. Hva er

sannsynligheten for å få minst én sekser? Vi lager tabell, teller opp og finner at vi har 11 gunstige utfall. Vi fant ved hjelp av multiplikasjonsprinsippet at vi har 36 mulige utfall. Vi finner da sannsynligheten for å få minst

én sekser: $\frac{\text{antall gunstige utfall}}{\text{antall mulige utfall}} = \frac{11}{36}$.

TRINNVIS UTREGNING AV SANNSYNLIGHET

I noen tilfeller skal vi finne sannsynligheten for en hendelse som kan deles opp i flere trinn. Vi kan da finne sannsynligheten ved å multiplisere sannsynlighetene i hvert trinn.

Hva er sannsynligheten for å få to seksere med kast av to terninger? $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

Trinnvis utregning med flere alternative forløp:
Finn først sannsynligheten for hvert av de alternative forløpene ved vanlig trinnvis utregning. Til slutt finner du sannsynligheten for hendelsen du var ute etter, ved å summere sannsynlighetene for hvert av de alternative forløpene.

I en eske ligger det tre røde og to blå kuler. Vi skal trekke to kuler fra esken. Hva er sannsynligheten for at vi trekker en rød og en blå kule?

En blå og en rød kule kan vi få på to måter. Vi kan trekke den røde kula først eller den blå kula først. Vi har to ulike utfall med en rød og en blå kule, to ulike forløp som gir oss dette resultatet:

Sannsynligheten for én rød og én blå kule blir

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{20} + \frac{6}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$