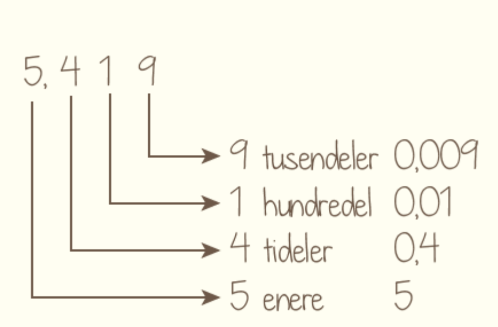
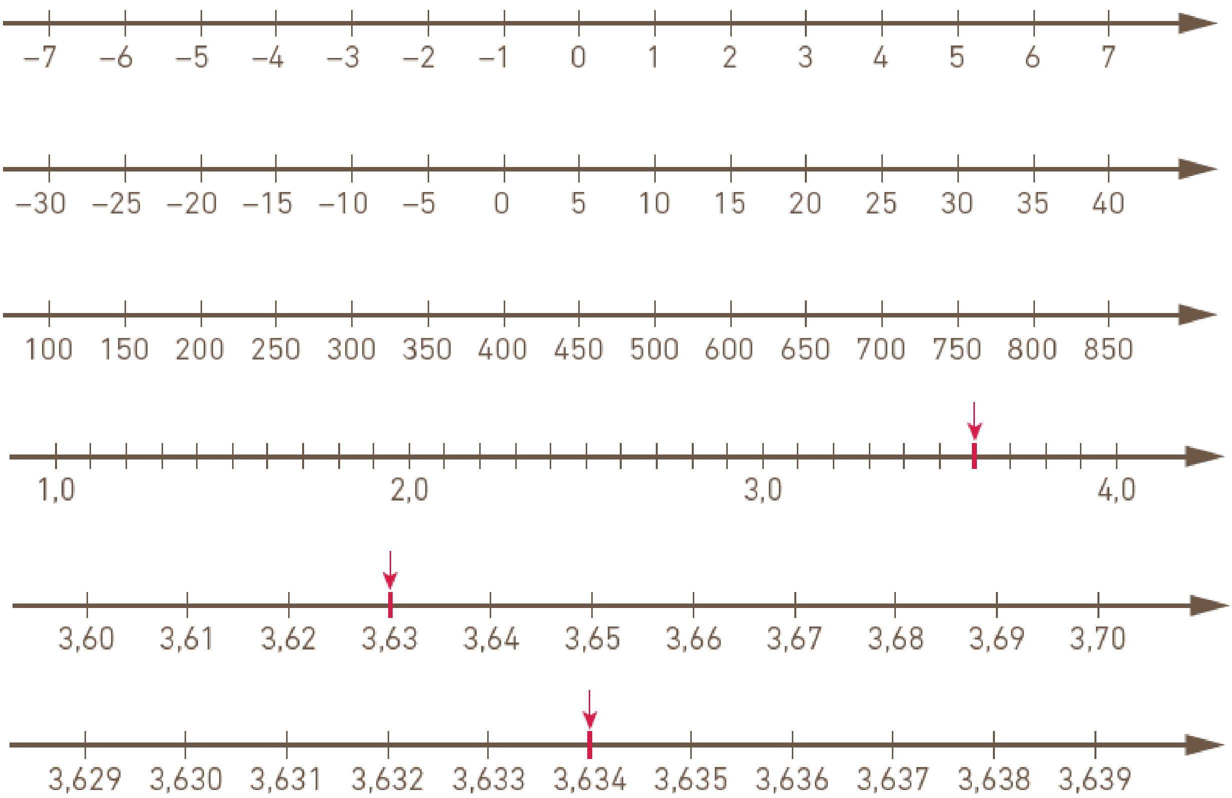
INNHOLD

TALL OG TALLREGNING

PLASSVERDISYSTEMET



PLASSERING PÅ TALLINJE



UTVIDET FORM

Å skrive et tall på utvidet form betyr å skrive det som en sum av enere, tiere, hundrere, tideler, hundredeler osv.

$1826 = 1000 + 800 + 20 + 6$

$2{,}23 = 2 + 0{,}2 + 0{,}03$

REGNESTRATEGIER

Doble og legge til/trekke fra

$25 + 28 = 25 + 25 + 3 = 53$

$58 + 60 = 60 + 60 - 2 = 118$

Doble den ene faktoren og halvere den andre

$16 \cdot 5 = 8 \cdot 10 = 80$

$3{,}5 \cdot 8 = 7 \cdot 4 = 28$

Multiplisere med 10 og dividere på 2

$$28 \cdot 5 = \frac{28 \cdot 10}{2} = 280 : 2 = 140$$

Legge til eller trekke fra like mye i hvert ledd når du subtraherer

$62 - 48 = 64 - 50 = 14$

DELELIGHETSREGLER

Alle partall er delelig med 2

$126 : 2 = 63$

Alle tall som har 0 eller 5 på enerplassen er delelig med 5.

$95 : 5 = 19$

I alle tall der tverrsummen er delelig med 3, er også tallet delelig med 3

> 192 er delelig med 3 fordi 1 + 9 + 2 er lik 12 som er delelig med 3

SKRIFTLIG REGNING

Addisjon

$29 + 8 = 37$

ledd ledd sum

$$\begin{array}{rl} {}^{1\,1} & \\ 791 & \text{ledd} \\ +\ 889 & \text{ledd} \\ \hline =1680 & \text{sum} \end{array}$$

Subtraksjon

$10 - 5 = 5$

differanse

$$\begin{array}{rl} {}^{10} & \\ 752 & \\ -\ 234 & \\ \hline =518 & \text{differanse} \end{array}$$

Multiplikasjon

$7 \cdot 8 = 56$

faktor faktor produkt

$$\begin{array}{rl} {}^{1} & \\ 45 \cdot 12 & \\ \hline {}_{1}90 & \\ 450 & \\ \hline =540 & \text{produkt} \end{array}$$

Divisjon

$63 : 7 = 9$

dividend divisor kvotient

$$\frac{63}{7} = \underline{\underline{9}}$$

Å GJØRE OVERSLAG

Sum: Rund av noen ledd oppover og noen nedover.

> 15,60 + 16,10 + 2,20 + 8,90 ≈ 16 + 16 + 2 + 9 = 43

Differanse: Rund alle ledd opp, eller alle ledd ned.

> 42,60 – 17,10 ≈ 40 – 15 = 25 eller 45 – 20 = 25

Produkt: Rund en faktor opp og en ned.

> 86 · 19 ≈ 100 · 15 = 1500 eller 80 · 20 = 1600

Kvotient: Rund alle tall opp eller alle tall ned

$$\frac{7730}{23} \approx \frac{8000}{25} = 320$$

REGNING MED NEGATIVE TALL

Å addere et negativt tall er det samme som å subtrahere det tilsvarende positive tallet.

$34 + (-10) = 34 - 10 = 24$

Å subtrahere et negativt tall er det samme som å addere det tilsvarende positive tallet.

$34 - (-10) = 34 + 10 = 44$

Å multiplisere et positivt tall med et negativt tall gir et negativt tall som svar.

$3 \cdot (-40) = -120$

Å multiplisere et negativt tall med et positivt tall gir et negativt tall som svar.

$(-40) \cdot 3 = -120$

Å multiplisere et negativt tall med et negativ tall gir et positivt tall som svar.

$(-3) \cdot (-40) = 120$

Reglene med divisjon av negative tall får du ved å tenke at divisjon er det omvendte av multiplikasjon

$(-12) : 4 = -3$ fordi $(-3) \cdot 4 = -12$
$20 : (-10) = -2$ fordi $(-2) \cdot (-10) = 20$
$(-15) : (-5) = 3$ fordi $3 \cdot (-5) = (-15)$

PARENTESER OG REGNEREKKEFØLGE

I regneuttrykk med de fire regneartene, der det ikke finnes parenteser, står det usynlige parenteser rundt multiplikasjonene og divisjonene. Derfor må vi multiplisere og dividere før vi adderer og subtraherer.

$5 + 4 \cdot 2 = 5 + 8 = 13$

I regneuttrykk kan man bruke parenteser for å markere hvilken av regneoperasjonene som skal gjøres først. Gjør først ferdig det som er inne i parentesene.

$4 \cdot (5 + 6) = 4 \cdot 11 = 44$

PARTALL, ODDETALL, PRIMTALL, SAMMENSATTE TALL

Partall

2, 4, 6, 8, 10 …

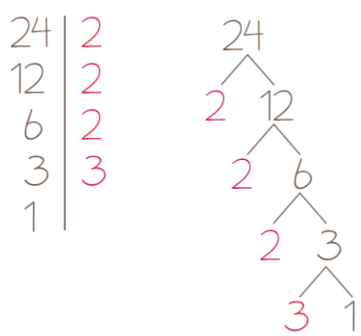
Oddetall

1, 3, 5, 7, 9…

Primtall

Et positivt helt tall som er større enn 1 og som bare er delelig med seg selv og 1.
De fem første primtallene er
2, 3, 5, 7 og 11

Å primtallsfaktorisere et tall vil si å faktorisere tallet slik at alle faktorene er primtall.



$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

Sammensatt tall

Alle hele tall større enn 1 som ikke er primtall

POTENSER

5^3 er en potens med grunntall 5 og eksponent 3

5^3 betyr $5 \cdot 5 \cdot 5$
$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

Et kvadrattall er et tall vi får når vi opphøyer et positivt helt tall i andre.

$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$
9 er et kvadrattall.

Et kubikktall er et tall vi får når vi opphøyer et naturlig tall i tredje.

$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.
8 er et kubikktall.

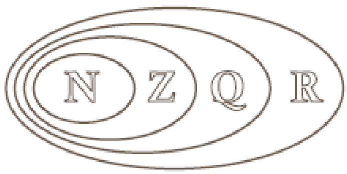
KVADRATROT

Et tall *a* kalles kvadratroten av et tall *b* hvis $a^2 = b$, og *a* ikke er negativt.
Vi skriver da
$a = \sqrt{b}$

$9 = \sqrt{81}$

TALLMENGDER

Tallene 1, 2, 3, 4, … kalles naturlige tall. Mengden av alle disse tallene skrives N.



Tall som ikke har desimaler forskjellig fra 0 kalles hele tall. Hele tall kan være både positive og negative. Mengden av alle hele tall skrives Z.

Tall som kan skrives som en brøk

$$\frac{n}{m}$$

av hele tall *n* og *m*, kalles rasjonale tall.

Alle tallene på tallinja kalles med en fellesbetegnelse reelle tall. Mengden av alle reelle tall skrives R

Reelle tall som ikke er rasjonale, det vil si at de ikke kan skrives som en brøk av hele tall, kalles irrasjonale tall.

Eksempler er $\sqrt{5}$ og π

En mengde *A* kalles en delmengde av mengden *B* hvis alle elementene i *A* også er elementer i *B*. Vi skriver da $A \subseteq B$.

$\mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}$

MÅLEENHETER

Forstavelse	Forkortelse	Tierpotens	Navn
tera	T	$10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$	billion
giga	G	$10^{9} = 1\,000\,000\,000$	milliard
mega	M	$10^{6} = 1\,000\,000$	million
kilo	k	$10^{3} = 1000$	tusen
hekto	h	$10^{2} = 100$	hundre
deka	da	$10^{1} = 10$	ti
desi	d	$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$	tidel
centi	c	$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$	hundredel
milli	m	$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$	tusendel
mikro	µ	$10^{-6} = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1\,000\,000} = 0{,}000\,001$	milliondel
nano	n	$10^{-9} = \frac{1}{10^9} = \frac{1}{1000\,000\,000} = 0{,}000\,000\,001$	milliarddel
piko	p	$10^{-12} = \frac{1}{10^{12}} = \frac{1}{1\,000\,000\,000\,000} = 0{,}000\,000\,000\,001$	billiondel

STANDARDFORM

Å skrive et tall på standardform betyr å skrive det på formen
$a \cdot 10^n$
der a er et tall som er minst like stort som 1 og mindre enn 10. Eksponenten n skal være et helt tall. Den kan være både positiv og negativ.

$$9\ 000\ 000 = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9 \cdot 10^6$$
$$0{,}0007 = 7 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = 7 \cdot \frac{1}{10^4} = 7 \cdot 10^{-4}$$

SAMMENSATTE ENHETER

Hvis strekningen er s, gjennomsnittsfarten er v og tiden t, så har vi

$$s = v \cdot t \qquad v = \frac{s}{t} \qquad t = \frac{s}{v}$$

$$v = \frac{450\text{km}}{6\text{h}} = \frac{450}{6}\frac{\text{km}}{\text{h}} = 75\text{km/h}$$

OMGJØRING MELLOM ENHETER

Tidsenheter

$$1 \text{ time og } 37 \text{ minutter} = 1 + \frac{37}{60} \text{ timer} \approx 0{,}6167 \text{ timer}$$

Lengdeenheter

$$3 \text{ cm} = 3 \cdot 0{,}01 \text{ m} = 0{,}03 \text{ m}$$
$$4000 \text{ m} = 4 \cdot 1000 \text{ m} = 4 \text{ km}$$

Arealenheter

$$2 \text{ m}^2 = 2 \cdot (100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm}) = 20\ 000 \text{ cm}^2$$

Volumenheter

$$5 \text{ m}^3 = 5 \cdot (10 \text{ dm}) \cdot (10 \text{ dm}) \cdot (10 \text{ dm}) = 5000 \text{ dm}^3 = 5000 \text{ L}$$

Å gjøre om fra km/h til m/s

$$110\frac{\text{km}}{\text{h}} = 110\frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{s}} = 110 \cdot \frac{1000}{3600}\frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$= 110 \cdot \frac{1}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{110}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 30{,}6\text{m/s}$$

Å gjøre om fra m/s til km/h

$$12\frac{\text{m}}{s} = 12 \cdot \frac{0{,}001\ \text{km}}{\text{s}}$$
$$= 12 \cdot \frac{3600 \cdot 0{,}001\ \text{km}}{3600\ \text{s}} = 12 \cdot \frac{3{,}6\ \text{km}}{\text{h}}$$
$$= 12 \cdot 3{,}6\frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 43{,}2\ \text{km/h}$$

Du finner massetettheten til et stoff ved å dividere massen på volumet.

$$\frac{\text{masse}}{\text{volum}} = \frac{5{,}6\ \text{kg}}{0{,}17\ \text{m}^3} = \frac{5{,}6}{0{,}17}\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \approx 32{,}9\ \text{kg/m}^3$$

Hvis massen er målt i kg og volumet i m^3, blir enheten for massetettheten kg/m^3 (kilogram per kubikkmeter)

Hvis massen er målt i gram (g) og volumet i kubikkcentimeter (cm^3), blir enheten for massetettheten g/cm^3 (gram per kubikkcentimeter)

GJELDENDE SIFRE

Antall gjeldende sifre i et tall er antall sifre i tallet minus antall nuller tallet starter med. Hvis et tall er skrevet på standardform $a \cdot 10^n$, så er antall gjeldende sifre lik antall sifre i a.

Tallet 6,74 har tre gjeldende sifre
Tallet 13 har to gjeldende sifre
Tallet $2{,}49 \cdot 10^{17}$ har tre gjeldende sifre
Tallet 10,0 har tre gjeldende sifre
Tallet 0,0061 har to gjeldende sifre

Hvis du multipliserer eller dividerer målte tall, bør du ikke oppgi svaret med flere gjeldende sifre enn det minste antall gjeldende sifre som fins blant tallene du regner med.

$4{,}82\ \text{m} \cdot 5{,}0\ \text{m} = 24\ \text{m}^2$

Hvis du adderer eller subtraherer målte tall, bør du ikke oppgi svaret med flere desimaler enn det minste antall desimaler som fins blant tallene du regner med.

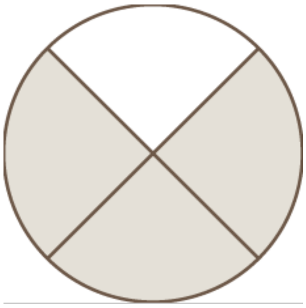
$4{,}82\ \text{m} + 0{,}7\ \text{m} = 5{,}5\ \text{m}$

BRØK

Tolkninger av brøk

Brøk som del av en helhet
Brøk som del av en enhet
Brøk som divisjon og tall på tallinjen
Brøk som forhold

En ekte brøk kan være del av en helhet.
Vi kan for eksempel tenke at $\frac{3}{4}$ er tre biter av en kake som er delt i fire like store deler.



En uekte brøk er en brøk der telleren er større enn nevneren.
En uekte brøk kan skrives som blandet tall.

$$\frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$$

For å finne fellesnevner kan vi primtallsfaktorisere nevnerne. Deretter finner vi det minste tallet som inneholder alle faktorene i hver av nevnerne.

$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$
$6 = 2 \cdot 3$
Minste fellesnevner er da $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$

Addisjon og subtraksjon av brøker

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{3}{24} + \frac{4}{24} = \frac{3+4}{24} = \frac{7}{24}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

$$\frac{3}{24} - \frac{4}{24} = \frac{3-4}{24} = \frac{-1}{24}$$

Å utvide og forkorte brøker

Utvide brøk: Multiplisere teller og nevner med samme tall

$$\frac{4}{5}=\frac{4\cdot 2}{2\cdot 2}=\frac{8}{10}$$

Forkorte brøk: Dividere teller og nevner med samme tall

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot c}{b\cdot c}$$

$$\frac{8}{10}=\frac{4\cdot 2}{5\cdot 2}=\frac{4}{5}$$

Multiplikasjon av brøker kan tolkes som å ta en brøkdel av en brøkdel.

$$\frac{a}{c}\cdot\frac{b}{d}=\frac{a\cdot b}{c\cdot d}$$

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}=\frac{2\cdot 4}{3\cdot 5}=\frac{8}{15}$$

$$\frac{a}{c}:\frac{b}{d}=\frac{a}{c}\cdot\frac{d}{b}$$

$$\frac{2}{3}:\frac{1}{6}=\frac{2}{3}\cdot\frac{6}{1}=\frac{12}{3}=4$$

Med en brudden brøk menes en brøk der telleren og/eller nevneren selv er en brøk.

$$\frac{\frac{1}{15}}{\frac{3}{5}}=\frac{1}{15}:\frac{3}{5}=\frac{1}{15}\cdot\frac{5}{3}=\frac{5\cdot 1}{5\cdot 3\cdot 3}=\frac{1}{3\cdot 3}=\frac{1}{9}$$

PROSENT OG PROMILLE

Vi kan finne *p* % av et tall *k* på en av disse måtene:

$$\left(\frac{k}{100}\right)\cdot p \qquad k\cdot\left(\frac{p}{100}\right) \qquad \frac{k\cdot p}{100}$$

8 % av 150 g:

$$150\,\text{g}\cdot\left(\frac{8}{100}\right)=150\,\text{g}\cdot 0{,}08 = 12{,}0\text{ g}$$

For å finne hvor mange prosent tallet *m* utgjør av tallet *k* kan vi regne slik:

$$\left(\frac{m}{k}\right)\cdot 100$$

Hvor mange % er 338 av 833?

$$p=\left(\frac{m}{k}\right)\cdot 100=\left(\frac{368}{833}\right)\cdot 100\approx 44{,}2$$

Svar: 44,2 %

For å finne **prosentgrunnlaget** *k* som tallet *m* utgjør *p* prosent av kan vi regne slik:

$$\frac{p}{100}\cdot k=m$$

Hvilket tall har vi 115 % av når vi har 450?

$$\frac{115}{100}\cdot k=450$$

$$1{,}15\cdot k=450$$

$$k=\frac{450}{1{,}15}\approx 391$$

Av og til sammenlikner vi noe som er oppgitt som en prosent. Når prosentene sammenliknes eller endrer seg, snakker vi om **prosentpoeng**

Et politisk parti har økt oppslutningen fra 3 % til 6 %. Da har oppslutningen økt med 100 %, men den har økt med 3 prosentpoeng.

Promille betyr tusendeler. Vi regner med promille på samme måten som med prosent, men vi bruker tusendeler i stedet for hundredeler.

Vi skal finne 4 ‰ av 6000 L:

$$\frac{6000}{1000}\cdot 4=6\cdot 4=24 \qquad \text{Svar: 24 L}$$

Prisendring med **vekstfaktor**:

Vi finner ny pris (*N*) ved å multiplisere prosentgrunnlaget (*G*) med vekstfaktoren (*v*).
$N = G \cdot v$

Dersom prisen går opp med *p* % er vekstfaktoren

$$v = 1 + \frac{p}{100}$$

En pris på 80 kr øker med 12 %:
80 kr · (1 + 0,12) = 80 kr · 1,12 = 89,60 kr

Dersom prisen settes ned med *p* % er vekstfaktoren $v = 1 - \frac{p}{100}$

En pris på 800 kr settes ned med 30 %:
800 kr · (1 – 0,30) = 800 kr · 0,70 = 560 kr

En vare er satt ned med 30 % til 560 kr. Hva kostet den før den ble satt ned?
$G \cdot 0,7 = 560$
$G = 800$

KJØP OG SALG, REGNSKAP OG BUDSJETT

Merverdiavgift er salgsskatt som legges til prisen på varer vi kjøper. Prisene vi får oppgitt når vi kjøper varer inkluderer merverdiavgift. Merverdiavgiften på de fleste varer er 25 %.

Et budsjett er en plan over utgifter og inntekter i framtiden.
Et regnskap viser hvilke utgifter og inntekter vi har hatt.

Summen av utgiftene utgjør forbruket. Dersom utgiftene blir større enn inntektene har vi underskudd. Dersom inntektene er større enn utgiftene har vi overskudd. Dersom inntekter og utgifter er like går regnskapet i balanse.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**Budsjett og regnskap for koret**								
2		**Budsjett**				**Regnskap**			
3		**Antall**	**Enhetspris**	**Utgifter**	**Inntekter**	**Antall**	**Enhetspris**	**Utgifter**	**Inntekter**
4	Medlemskontigent	20	kr 300,00		kr 6 000,00	22			
5	Notekjøp	1	kr 2 000,00						
6	Lønn dirigent	1							
7	Tilskudd fra kommune kulturmidler	1	kr 30 000,00						
8	Billettinntekter konsert	150							
9	Annonseutgifter konsert	1	kr 4 000,00			1	kr 4 200,00		
10	Utgifter til musiker til konsert	1	kr 8 000,00			1	kr 8 000,00		
11	Sum								

SPARING

Når vi setter inn penger på en sparekonto vil banken betale oss renter. Renten er en viss prosent per år av beløpet vi har på kontoen. Denne prosenten kaller vi rentefoten.

Sparer 200 kr i ett år, rentefot 2,5 %:
Vekstfaktor: 1 + 0,025 = 1,025
Beløpet har vokst til: 2000 kr · 1,025 = 2050 kr

Hvis beløpet blir stående i banken i mer enn ett år, får vi rente av tidligere års renter også. Dette kaller vi **rentesrente**.

Når et beløp *K* vokser med samme prosent i *n* perioder kan vi finne hva beløpet har vokst til slik:
Finn først vekstfaktoren *v*.
Deretter regner du ut hva beløpet har vokst til slik:
K · vn

3000 kr står i banken i tre år, rentefot 2,5 %:
Etter tre år har vi
3000 kr · 1,0253 = 3230,67 kr

Dersom vi sparer deler av et år får vi en andel av den årlige renten som tilsvarer tiden pengene står i banken,

$$\frac{\text{antall dager}}{\text{antall dager i året}}$$

500 kr på konto i 51 dager, rentefot 2,5 %:
Rente for et helt år: 500 kr · 0,025 = 12,5 kr
Rente for 51 dager: 12,5 kr · $\frac{51}{365}$ = 12,5 kr · 0,140 = 1,75 kr

LÅN

Når vi låner penger må vi betale renter til banken. Renten oppgis i prosent per år.

Hvis vi har et **serielån** er avdragene like store hver termin. Renten regnes ut av det som gjenstår av lånet.
Hva vi skal betale vises i en **nedbetalingsplan**.

	A	B	C	D	E
1	Serielån				
2	Lånebeløp:			kr 59 000,00	
3	Rentefot:			4 %	
4	År beløpet skal tilbakebetales over:			6	
5					
6	**År**	**Avdrag**	**Rente**	**Beløp å betale**	**Restlån**
7	1	kr 9 833,33	kr 2 360,00	kr 12 193,33	kr 49 166,67
8	2	kr 9 833,33	kr 1 966,67	kr 11 800,00	kr 39 333,33
9	3	kr 9 833,33	kr 1 573,33	kr 11 406,67	kr 29 500,00
10	4	kr 9 833,33	kr 1 180,00	kr 11 013,33	kr 19 666,67
11	5	kr 9 833,33	kr 786,67	kr 10 620,00	kr 9 833,33
12	6	kr 9 833,33	kr 393,33	kr 10 226,67	kr -
13					
14	**Sum**	kr 59 000,00	kr 8 260,00	kr 67 260,00	

Hvis vi har et **annuitetslån** er beløpet låntaker må betale det samme alle årene lånet går over. Dette beløpet er sammensatt av avdrag og renter.

Ved bruk av kredittkort kan vi låne penger av kredittselskapet. Dersom vi ikke betaler innen den rentefrie perioden, påløper renter. Rentene på kredittkjøp beregnes per måned, og er relativt høye.

LØNN OG SKATT

Bruttolønnen er det vi tjener før noe er trukket fra.
Dersom vi betaler pensjonsinnskudd og fagforeningskontingent blir disse trukket fra bruttolønnen for å finne det beløpet som er trekkgrunnlag for skatt.
Skatt beregnes ut fra trekkgrunnlaget, og trekkes fra bruttolønnen.
Nettolønn er det beløpet vi får utbetalt.

Bruttolønn:	kr 30 000,00
Fagforeningskontingent:	kr -250,00
Pensjon:	kr -750,00
Trekkgrunnlag:	kr 29 000,00
Skatt:	kr 8 700,00
Nettolønn:	kr 20 300,00

Når vi har ferie får vi ikke lønn. I stedet får vi feriepenger. Feriepengene er for personer under 60 år 10,2 % av bruttolønnen året før.