INNHOLD

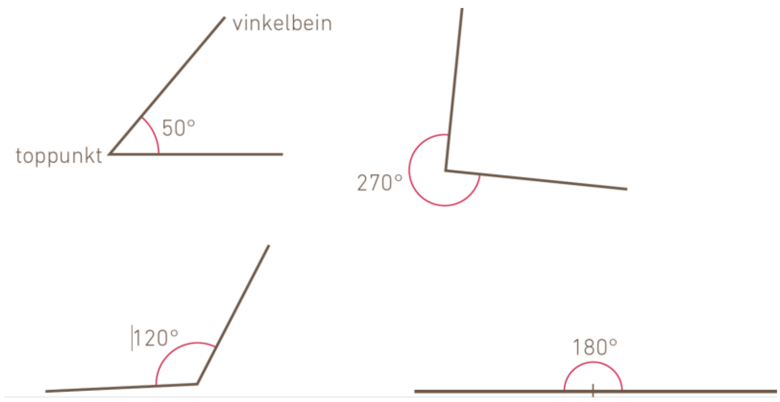
GEOMETRI

LINJE, STRÅLE OG LINJESTYKKE

En bit av en rett linje kalles et linjestykke. En stråle er en bit av en rett linje som har et endepunkt, men er uendelig lang den ene veien.

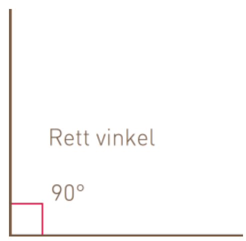
VINKEL

To linjestykker eller stråler som har et felles endepunkt danner en vinkel. Vi måler størrelsen av en vinkel i grader.



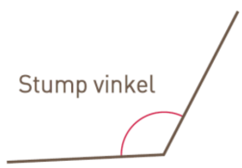
STUMP, SPISS OG RETT VINKEL

En rett vinkel er 90°.



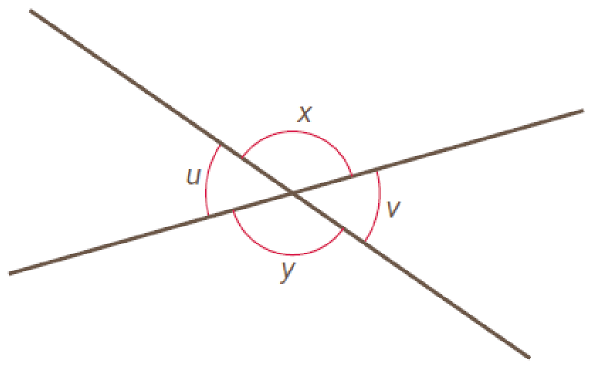
En spiss vinkel er mindre enn 90°.

En stump vinkel er mer enn 90°



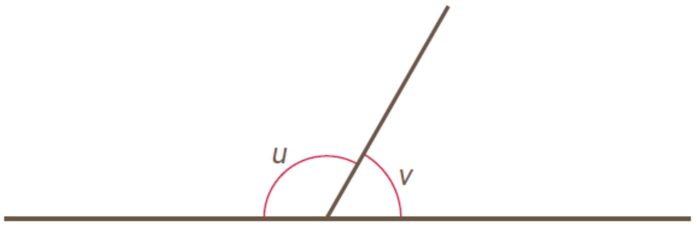
TOPPVINKLER

To rette linjer som krysser hverandre danner to par toppvinkler. Toppvinkler er alltid like store.



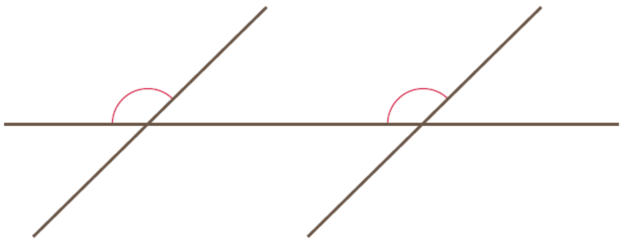
NABOVINKLER

Nabovinkler har et felles vinkelbein og er til sammen 180°.



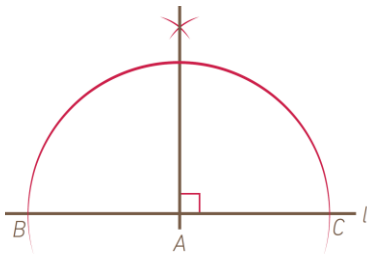
SAMSVARENDE VINKLER

Når to parallelle linjer skjæres av en tredje linje, får vi mange vinkler. Samsvarende vinkler, som det som er merket på figuren, er like store.



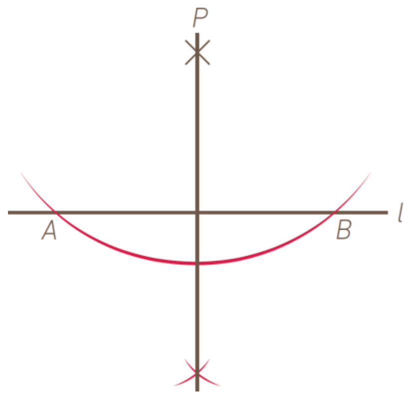
OPPREISE EN NORMAL FRA ET PUNKT PÅ EN LINJE

Slå en bue om *A* og lag krysset ved å sette passerspissen i *B* og *C*.



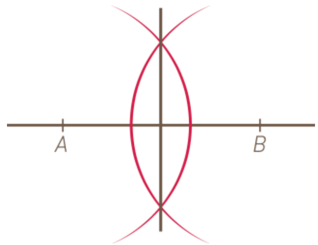
NEDFELLE EN NORMAL FRA ET PUNKT TIL EN LINJE

Slå en bue med passerspissen i *P* og lag krysset ved å sette passerspissen i *A* og *B*.



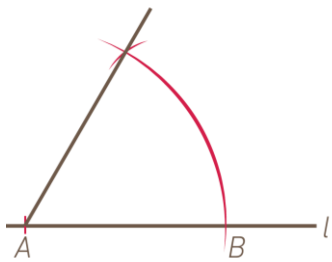
KONSTRUERE MIDTNORMALEN

Slå buene ved å sette passerspissen i *A* og *B*.



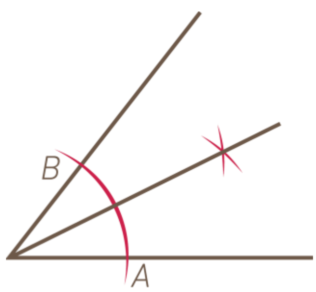
KONSTRUERE EN 60° VINKEL

Slå en bue om *A* og lag så den lille buen ved å sette spissen i *B* og bruke samme passeråpning.



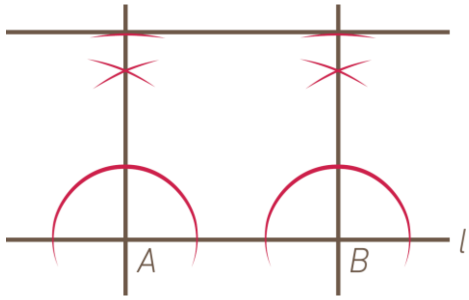
HALVERE EN VINKEL

Slå buen med toppunktet og lag krysset ved å sette passerspissen i *A* og *B*.

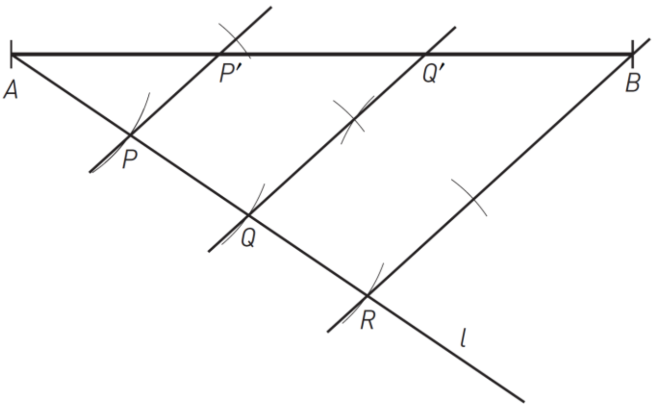


PARALLELLE LINJER

To linjer er parallell dersom de aldri møtes uansett hvor lange vi tegner dem. Linjestykker er parallelle hvis de er biter av parallelle linjer.



TREDELE ET LINJESTYKKE

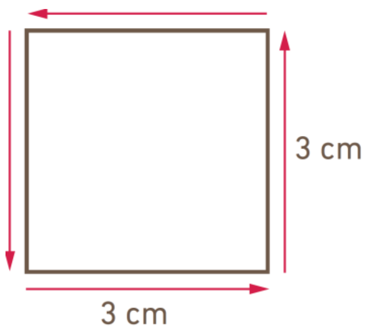


MANGEKANT

En todimensjonal figur avgrenset av tre eller flere rette linjestykker.

OMKRETS

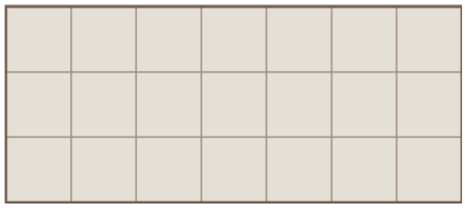
Omkrets er lengden rundt en figur.
Omkrets måles i lengdeenheter.
Vi finner omkretsen av mangekanter ved å summere lengden av alle sidene.



O = 3 cm + 3 cm + 3 cm 3 cm = 12 cm
eller
$O = 4 \cdot 3$ cm = 12 cm

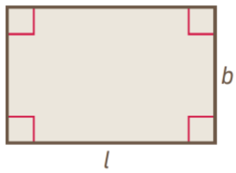
AREAL

Arealet sier noe om hvor stor en flate er. Areal måles i arealenheter. Grunnenheten for areal er m^2.



REKTANGEL

En firkant der alle vinklene er 90°

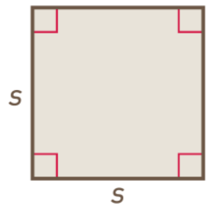


$A = l \cdot b$

Hvis lengden i et rektangel er 5 cm og bredden er 3 cm blir arealet
A = 5 cm · 3 cm = 15 cm^2

KVADRAT

Et rektangel der alle sidene er like lange.



$A = s^2$
Hvis sidene i et kvadrat er 3 cm blir arealet
A = 3 cm · 3 cm = 9 cm^2

PARALLELLOGRAM

En firkant der hver side er parallell med siden som ligger motsatt.

$A = g \cdot h$

Hvis grunnlinja i et parallellogram er 5 cm og høyden er 3 cm blir arealet
A = 5 cm · 3 cm = 15 cm^2
A = 3 cm · 3 cm = 9 cm^2

ROMBE

Et parallellogram der alle sidene er like lange kalles en rombe.

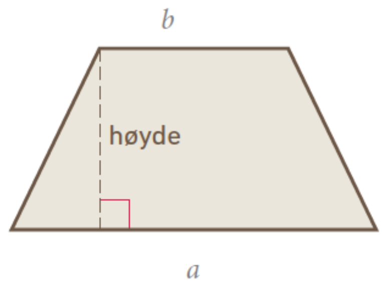
TRAPES

En firkant der minst to av sidene er parallelle.

$$A=\frac{(a+b)h}{2}$$

Hvis lengdene *a* og *b* er 4 cm og 5 cm, og høyden er 3 cm blir arealet:

$$A=\frac{(5\text{ cm}+4\text{ cm})3\text{cm}}{2}=13{,}5\text{ cm}^2$$



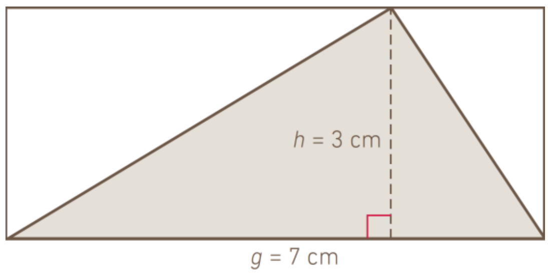
AREAL AV TREKANT

Hvis en trekant har grunnlinje *g* og høyde *h*, så er arealet av trekanten

$$A=\frac{g\cdot h}{2}\ .$$

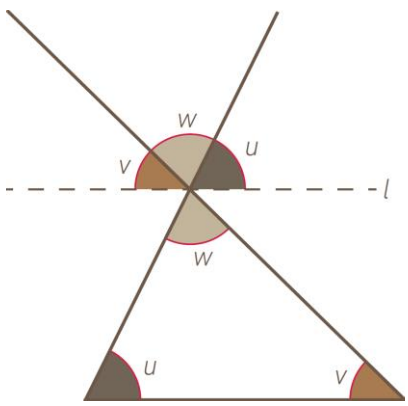
Hvis grunnlinja *g* er 7 cm og høyden *h* er 3 cm, blir arealet:

$$A=\frac{7\text{cm}\cdot 3\text{cm}}{2}=11{,}5\text{cm}^2$$



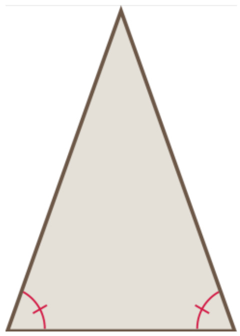
VINKELSUM I TREKANT

Vinkelsummen i en trekant er 180°



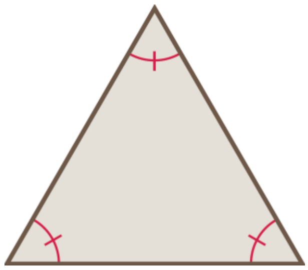
LIKEBEINT TREKANT

En trekant der minst to av sidene er like lange.



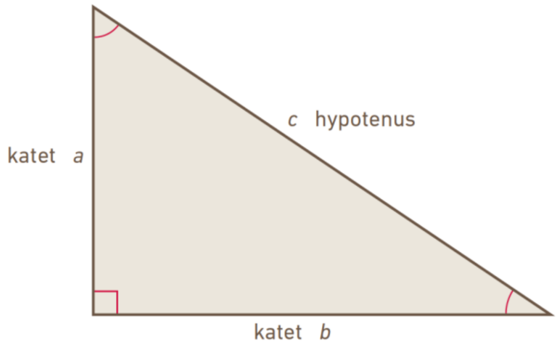
LIKESIDET TREKANT

En trekant der alle sidene er like lange.



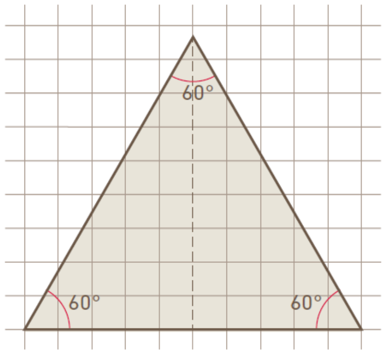
RETTVINKLET TREKANT

En trekant der en vinkel er 90°. Siden motsatt av den rette vinkelen kalles hypotenusen. De to andre sidene kalles kateter.



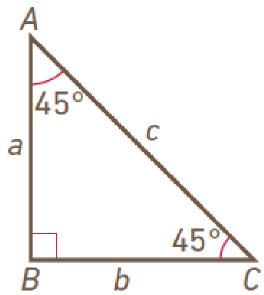
30/60/90-TREKANT

I en 30/60/90-trekant er den korteste kateten halvparten så lang som hypotenusen.



45/45/90-TREKANT

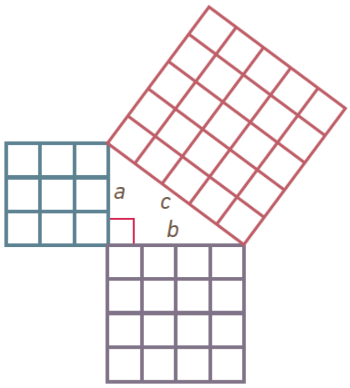
I en 45/45/90-trekant er katetene like lange.



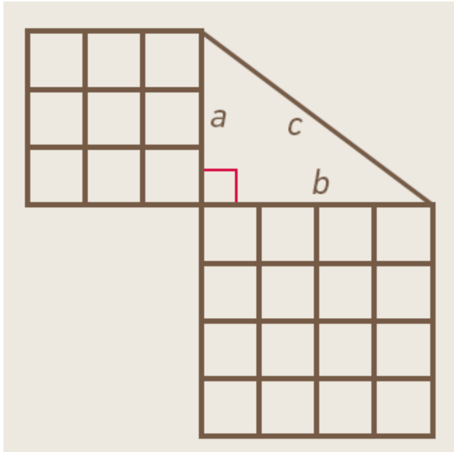
PYTAGORAS' SETNING

Kan brukes til å beregne ukjente sider i rettvinklede trekanter.
I en rettvinklet trekant er arealet av kvadratet på hypotenusen lik summen av arealene av kvadratene på katetene.

Sammenhengen blir kalt Pytagoras' setning:
$a^2 + b^2 = c^2$

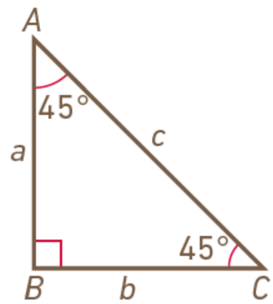


I den rettvinklede trekanten på bildet er $a = 3$ og $b = 4$.
Hvor lang er c?

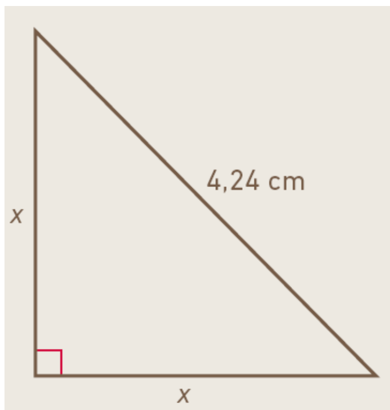


$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$3^2 + 4^2 = c^2$$
$$9 + 16 = c^2$$
$$\sqrt{25} = 5 = c$$

I en 45/45/90-trekant er katetene like lange. Da kan vi bruke Pytagoras' setning selv om vi bare kjenner lengden av én av sidene.



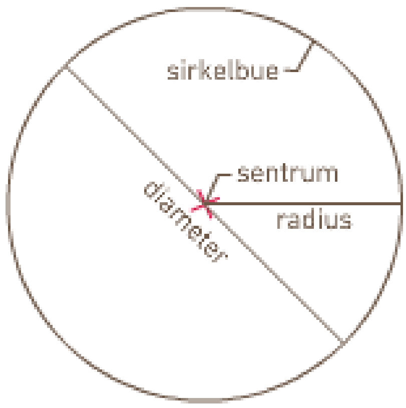
$$x^2 + x^2 = 4{,}24^2$$
$$2x^2 = 18$$
$$\frac{2x^2}{2} = \frac{18}{2}$$
$$x^2 = 9$$
$$x = \sqrt{9}$$
$$x = 3$$



Katetene er 3,0 cm lange.

SIRKELEN

I en sirkel er det like langt fra sentrum til sirkelbuen, uansett hvor du måler.



Omkrets av en sirkel

$O = d \cdot \pi$ eller $O = 2r\pi$

I en sirkel med radius 5 cm blir omkretsen
$O = 2 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 3{,}14 = 31{,}4 \text{ cm}$

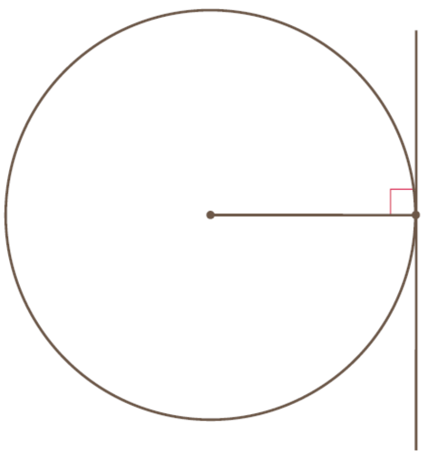
Arealet av en sirkel

$A = \pi r^2$

I en sirkel med radius 5 cm blir arealet
$A = 3{,}14 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 78{,}5 \text{ cm}^2$

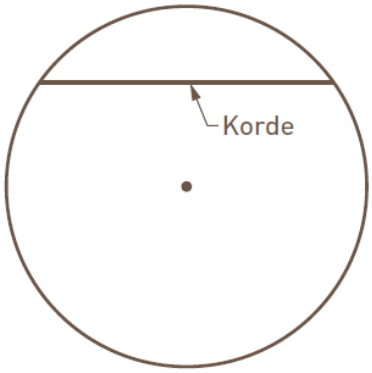
TANGENT TIL SIRKEL

En tangent til en sirkel er en linje som berører sirkelen i ett punkt. Tangenten står alltid vinkelrett på radien i tangeringspunktet.



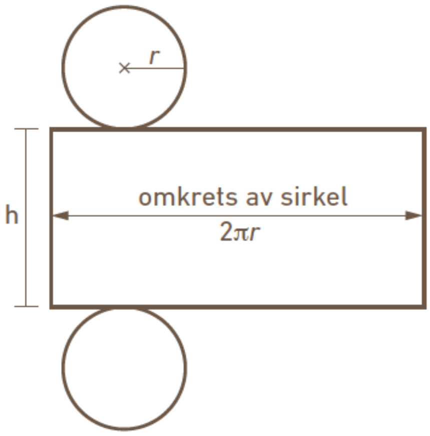
KORDE I EN SIRKEL

En korde er et linjestykke som går fra et punkt på sirkelperiferien til et annet punkt på sirkelperiferien.



OVERFLATE

Romfigurer har en overflate som vi kan måle arealet av. For å finne overflatearealet må ofte figuren deles opp i ulike todimensjonale figurer.



Overflatearealet av en sylinder

Overflatearealet = $(2 \cdot \pi \cdot r \cdot h) + (2 \cdot \pi \cdot r^2)$
$= (2 \cdot 3{,}14 \cdot 4\text{ m} \cdot 12\text{ m}) + (2 \cdot 3{,}14 \cdot (4\text{ m})^2)$
$= 301\text{ m}^2 + 100\text{ m}^2$
$= 401\text{ m}^2$

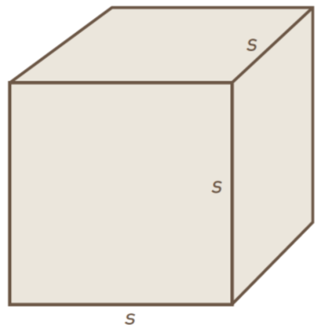
VOLUM

Grunnenheten for volum er m^3. Det er også vanlig å måle volum i liter (L).

$1\text{ m}^3 = 1 \cdot (10\text{ dm}) \cdot (10\text{ dm}) \cdot (10\text{ dm})$
$= 1000\text{ dm}^3$
$= 1000\text{ L}$

KUBE

En kube har seks kvadratiske sideflater. En kube blir ofte kalt for en terning.

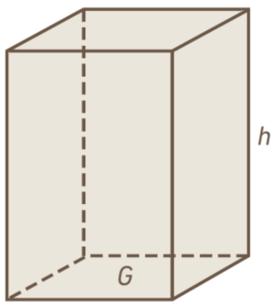


Volumet av en kube
$V = s \cdot s \cdot s$

En kube med sidelengde 3 m har volumet.
$V = s \cdot s \cdot s$
$= 3\ \text{m} \cdot 3\ \text{m} \cdot 3\ \text{m} = 27\ \text{m}^3$

RETT PRISME

Et rett prisme har den samme mangekanten som grunnflate og toppflate. Alle de andre sideflatene er rektangler.



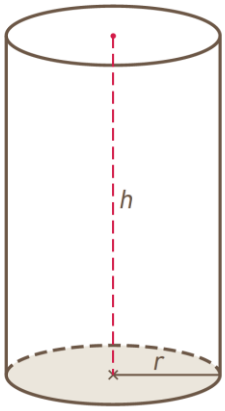
Rett firkantet prisme

Volumet av et rett prisme
$V = G \cdot h$

Et rett prisme der grunnflaten er en trekant med areal
$G = 12{,}5\ \text{cm}^2$, og høyden er $h = 3$ cm, har volum
$V = G \cdot h$
$= 12{,}5\ \text{cm}^2 \cdot 3\ \text{cm}$
$= 37{,}5\ \text{cm}^3$

SYLINDER

I en sylinder er grunnflaten en sirkel. Sylinderen er rett når høyden fra sentrum i toppflaten treffer sentrum på grunnflaten.



Volumet av en sylinder

$V = (\pi r^2) \cdot h$

I en rett sylinder er diameter 20 cm og høyden er 30 cm.

$V = (\pi r^2) \cdot h$
$= (\pi \cdot 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}) \cdot 30 \text{ cm}$
$= \pi \cdot 3000 \text{ cm}^3$
$\approx 9420 \text{ cm}^3$

PYRAMIDE

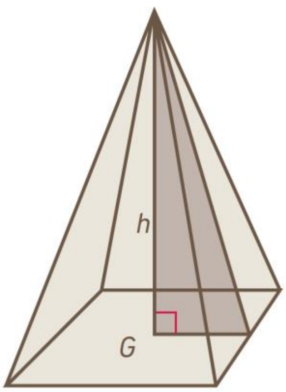
Grunnflaten i en pyramide er en mangekant. Volumet av en pyramide med grunnflate *G* og høyde *h* er

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

Det betyr at en pyramide har en tredel av volumet til et prisme med samme grunnflate.

Volumet av en pyramide

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$



KJEGLE

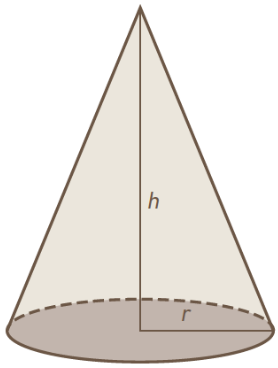
En kjegle har en sirkulær grunnflate.
Volumet av en kjegle med grunnflate *G* og høyde *h* er

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

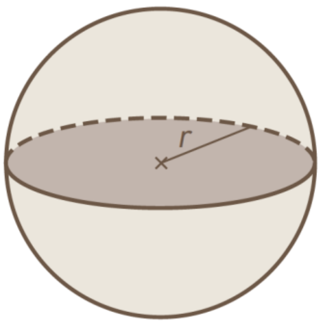
Det betyr at en kjegle har en tredel av volumet til en sylinder med samme grunnflate.

Volumet av en kjegle

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$



KULE



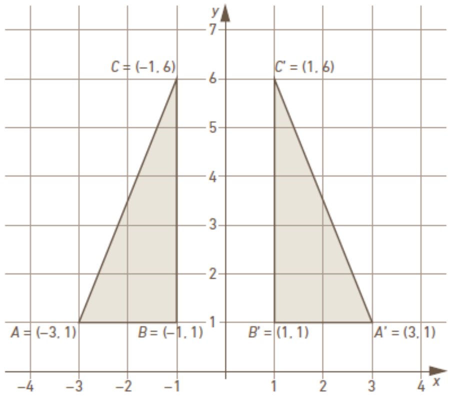
En kule med radius *r* har
Volum

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

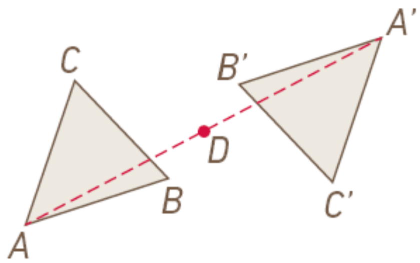
Overflateareal

$A = 4\pi r^2$

SPEILING OM EN LINJE

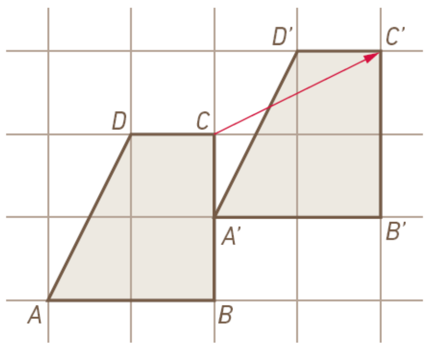


SPEILING OM ET PUNKT



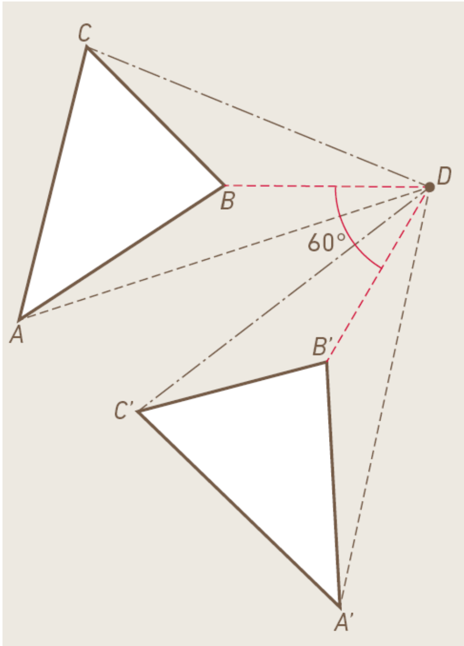
PARALLELLFORSKYVNING

Ved parallellforskyvning flyttes alle punktene i samme retning og med en fast lengde.



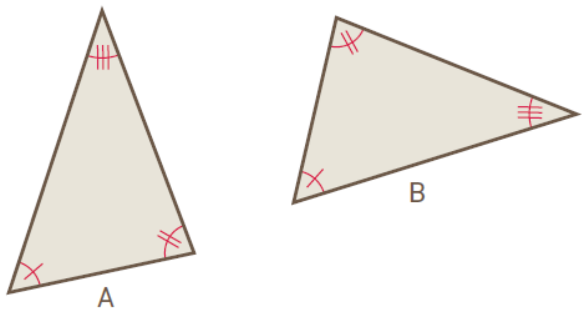
ROTASJON

Å rotere en figur betyr å dreie figuren rundt et punkt.



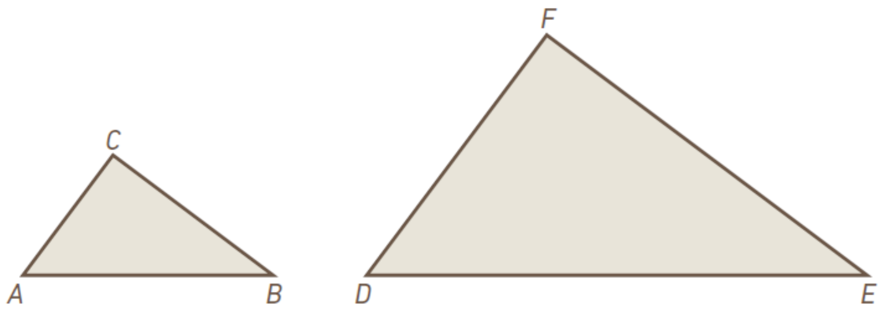
KONGRUENS

Når vi speiler en figur om en linje eller et punkt, roterer den eller parallellforskyver den, får vi en figur som er like stor og har samme form som den vi startet med. Vi sier at figurene er kongruente. To figurer er kongruente når den ene kan legges oppå den andre og dekke den nøyaktig. Alle avstander og alle vinkler er parvis like.



FORMLIKHET

To figurer kalles formlike hvis den ene figuren er et forstørret eller forminsket bilde av den andre. Figurene er også formlike om den ene er både forstørret og speilvendt i forhold til den andre.



Trekanten til høyre er et forstørret bilde av trekanten til venstre. Vi sier at forstørrelsesfaktoren *k* er 2. Det betyr at du kan finne sidelengdene i den store trekanten ved å multiplisere de tilsvarende sidelengdene i den lille med 2.

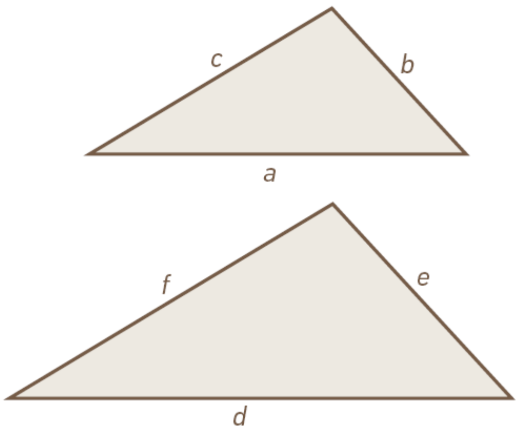
FORMLIKE TREKANTER

Vi har to formlike trekanter som vist på figuren.
Forstørrelsesfaktoren er k, $k > 0$.
Da er $a = kd$, $b = ke$ og $c = kf$. Derfor er

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = k$$

Dessuten har vi

$$\frac{a}{b} = \frac{kd}{ke} = \frac{d}{e} \qquad \frac{a}{c} = \frac{kd}{kf} = \frac{d}{f} \qquad \frac{b}{c} = \frac{ke}{kf} = \frac{e}{f}$$

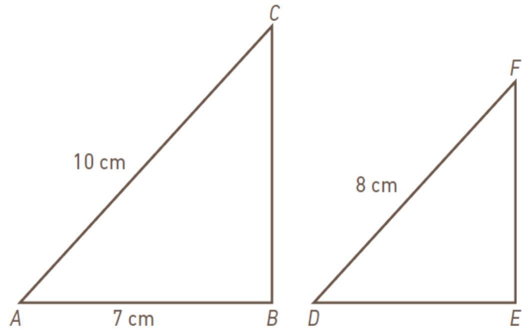


Altså: Forholdet mellom to sider i den ene trekanten blir lik forholdet mellom de to tilsvarende sidene i den andre.

Når to trekanter er formlike, kan vi skrive
$\triangle ABC \sim \triangle DEF$.
At to trekanter er formlike, vil si at vinklene i trekantene er parvis like store.

FINNE LENGDER I FORMLIKE TREKANTER

Vi skal finne lengden av *DE*.



$$\frac{AC}{DF}=\frac{10,0}{8,0}=1,25$$

Først må vi finne forstørrelsesfaktoren. Det gjør vi ved å dividere en side i den største trekanten med tilsvarende side i den minste trekanten.

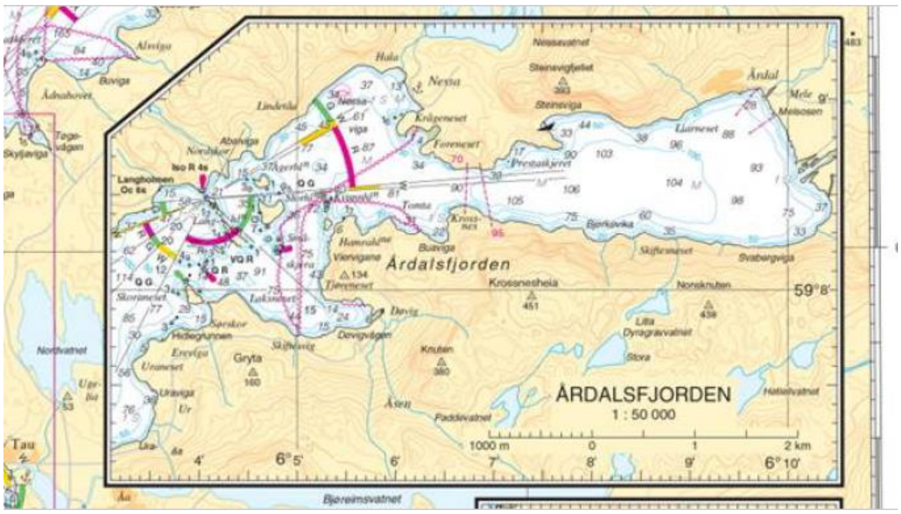
Forstørrelsesfaktoren blir 1,25.

$$DE=\frac{AB}{1,25}=\frac{7,0}{1,25}=5,6$$

Nå skal vi bruke forstørrelsesfaktoren til å finne *DE*. Det er det samme forholdet mellom *AB* og *DE* som det er

MÅLESTOKK

Målestokken på et kart forteller oss hvor mange ganger lengdene på kartet er forminsket i forhold til virkeligheten. Kartet er et forminsket bilde av hvordan området er i virkeligheten. Hvis 1 cm på kartet tilsvarer 10 000 cm i virkeligheten, er målestokken 1 : 10 000.



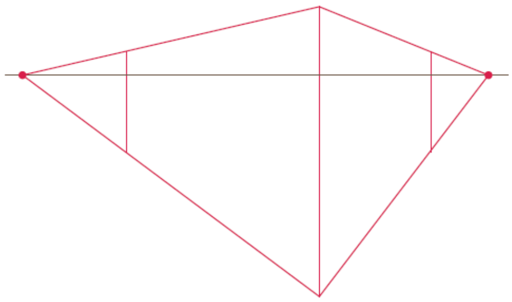
PERSPEKTIVTEGNING MED ETT FORSVINNINGSPUNKT

Når vi ser inn i et rom, eller som her innover langs en gate eller en kanal, bruker vi ett forsvinningspunkt i tegningen. Horisontlinja er en vannrett linje i samme høyde som øynene til den som ser. Vi har brukt rød farge på horisontlinja. Alle vannrette parallelle linjer som går innover i bildet, møtes i et forsvinningspunkt på horisontlinja. Loddrette linjer blir loddrette når vi tegner.

PERSPEKTIVTEGNING MED TO FORSVINNINGSPUNKTER

Vi skal tegne en bygning i topunktsperspektiv. Vi starter med å tegne horisontlinja og de to forsvinningspunktene.

Deretter tegner vi den loddrette kanten på bygningen som er nærmest den som betrakter bildet.



Vi tegner hjelpelinjer fra forsvinningspunktene til toppen og bunnen av den loddrette kanten. Deretter tegner vi de to andre synlige loddrette kantene. Nå kan vi tegne topp- og bunnkanter. Etterpå tegner vi flere hjelpelinjer for å tegne vinduer og en port.